[1]Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ
[2]Сургутский государственный университет

Актуальные и перспективные методы моделирования фильтрации в трещиновато-поровых пластах

И. В. Бычин[1, 2], А. В. Гореликов[1, 2], А. В. Ряховский[1, 2]

bychin_iv@surgu.ru, gorelikov_av@surgu.ru, ryakhovskij_av@surgu.ru

XXX научно-практическая конференция «Пути реализации нефтегазового потенциала Западной Сибири»
г. Ханты-Мансийске, 10-12 ноября 2026 г.

1. Введение

Трещиновато-поровые коллекторы представляют собой сложные многомасштабные системы, в которых пористая матрица и сеть трещин существенно различаются по фильтрационно-ёмкостным свойствам. Высокий контраст проницаемости, неоднородность и связность трещинной сети, а также особенности массообмена между матрицей и трещинами определяют сложную пространственную структуру фильтрационных потоков.

Неполнота геолого-промысловой информации и необходимость согласованного описания процессов на различных масштабах затрудняют прогноз распределения пластового давления, движения флюидов и динамики показателей разработки. Это обусловливает необходимость совершенствования математических моделей и вычислительных методов, обеспечивающих рациональный баланс между физической достоверностью, точностью и вычислительной эффективностью.

В докладе представлен обзор современных методов моделирования фильтрации в трещиновато-поровых пластах, включая континуальные модели двойной пористости и проницаемости, дискретные и гибридные модели трещин, а также перспективные фрактальные и физически информированные нейросетевые подходы (PINN).

2. Актуальные методы

Сегодняшняя инженерная практика опирается на три семейства моделей, различающихся способом усреднения масштабов:

- **континуальные модели двойной пористости/проницаемости (DPDK)**, в которых сеть трещин «размазана» по ячейке;
- **дискретные модели трещин (DFN/DFM)**, в которых геометрия каждой трещины задана явно;
- **гибридные/многомасштабные схемы**, где крупные трещины описываются явно, а плотная мелкая сеть — континуально.

2.1. Континуальные модели двойной пористости/двойной проницаемости (DPDK)

Модель Уоррена–Рута

Идея восходит к Баренблату и Желтову, предложившим рассматривать трещинный коллектор как сплошную среду, в которой трещинная сеть наложена на первичную пористость. Уоррен и Рут, используя ту же формулировку, первыми получили аналитические решения с допущением о квазистационарном перетоке матрица→трещины и разработали процедуру интерпретации кривых восстановления давления [1]. В модели каждый элементарный объём содержит одновременно матрицу и трещины. Матрица представляется массивом параллелепипедов, разделённых одним, двумя или тремя ортогональными семействами равноотстоящих трещин [2]. Уравнения баланса записываются отдельно для каждого континуума:

$$\varphi_m \frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_m) = -\rho q_{m\to f}, \quad \mathbf{v}_m = -\frac{k_m}{\mu}\nabla p_m,$$

$$\varphi_f \frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{v}_f\right) = \rho q_{m\to f} - \rho q_{well}, \quad \mathbf{v}_f = -\frac{k_f}{\mu}\nabla p_f.$$

Ключевым замыкающим соотношением является член обмена, который в классическом (квазистационарном) виде записывется как $q_{m\to f} = \sigma \frac{k_m}{\mu}\left(p_m - p_f\right)$, где σ — **фактор формы**, имеющий размерность м$^{-2}$ и зависящий от геометрии блоков.

Для ортогональной системы трещин с расстояниями Lx, Ly, Lz используется представление Уоррена–Рута: $\sigma = 4\left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2}\right)$, а в модификациях Каземи – $\sigma = \frac{4N(N+2)}{L^2}$, где N число семейств трещин [2, 3].

Для кубической матрицы вида $\sigma = 2N(N+2)a^{-3}$ получаются значения, согласующиеся с классической оценкой Уоррена–Рута [4]. Важно, что σ — не универсальная константа: для специфических структур фактор формы пропорционален не только размеру блока, но и **раскрытости** трещин, $\sigma = \frac{480b}{7a^3}$, что делает переток существенно более медленным [4].

Историческое развитие модели шло именно по линии уточнения **перетока**. Каземи первым учёл нестационарный (градиентный) переток в численной модели слоистой радиальной системы; де Сваан получил аналитические нестационарные решения. В итоге поведение в переходной зоне описывается либо «полкой» (квазистационар), либо плавной криволинейной зависимостью (нестационар).

Безразмерные параметры диагностики $\omega = \frac{(\varphi c_t)_f}{(\varphi c_t)_m + (\varphi c_t)_f}$, $\lambda = \sigma \frac{k_m}{k_f} r_w^2$ восстанавливаются по ГДИС и служат мостиком между геологической моделью и гидродинамической [1]. Существенно, что наблюдаемые аномалии неоднозначны: ранняя поддержка давления от системы микротрещин может быть ошибочно интерпретирована как поддержка матрицы, поэтому для корректной идентификации приходится вводить трёхуровневые модели, в которых λ для макро-микротрещинного обмена лежит в диапазоне 10^{-1}–10^{-4}, а для матрично-трещинного —10^{-5}–10^{-9} [7].

Многофазный переток

В инженерных симуляторах (Eclipse, tNavigator, Eclipse-подобные) трансфер декомпозируется на

- объёмное расширение/сжимаемость,
- капиллярное впитывание/дренаж,
- гравитационное впитывание/дренирование;

для последнего реализованы модели Gilman–Kazemi и Quandalle–Sabathier, причём первая плохо воспроизводит раннее время и переоценивает гравитацию для высоких блоков, а вторая лучше описывает динамику и считается предпочтительной [3]. Эмпирические функции типа Аронофски $R(t) = R_\infty(1 - e^{-\alpha t})$ до сих пор широко используются как «законсервированный» переток и хорошо описывают гравитационное дренирование (лучше, чем функция Ламберта) [6].

Расширения континуальных моделей

- **Тройная пористость/двойная проницаемость (TPDK)**. Вводится промежуточная система «проточных» пор между адсорбционными порами и трещинами; при развитой промежуточной ёмкости классическая DPSK-модель переоценивает добычу газа на 25% и недооценивает добычу воды на 40% [7].
- **Макро/микротрещины.** Позволяет объяснить «преждевременную» поддержку давления, ошибочно приписываемую матрице [5].
- **Субгранулирование матричного блока.** Вместо подбора σ представительный блок разбивается на 11–18 ячеек с прогрессивно растущими размерами от границы к центру. Это позволяет воспроизводит кинетику капиллярного впитывания с погрешностью менее 1,7%, тогда как классическая DP-модель даёт заметное отклонение [2].

Расширения континуальных моделей

- **Пороупругое обобщение DPDK.** Теория двух взаимодействующих пороупругих континуумов (Pride–Berryman) с собственными коэффициентами Био/Скемптона, проницаемостями и обменом. Решение допускает редукцию к однофазной однородной пороупругости и применяется, в частности, к интерпретации лабораторных динамических испытаний на цилиндрических образцах, где DPDK прогнозирует более низкую резонансную частоту и большее рассеяние модулей, чем однородная модель [8]. В инженерных симуляторах это реализуется через пороупругую DPDK с двумя законами эффективных напряжений и кросс-коэффициентом обмена Q [9].

Область применения DPDK

DPDK объективно уместна для проектного моделирования:

- обеспечивает на 2–3 порядка меньшую стоимость расчёта, чем явное описание трещин того же масштаба [6];
- без проблем масштабируется на полномасштабные сетки и рутинно используется в многореализационных расчётах, оптимизации и истории разработки [3].

DPDK – единственный практичный выбор там, где сетка трещин плотная и мелкомасштабная (микротрещины, трещины от разгрузки, техногенная трещиноватость), а также когда основная неопределённость лежит не в геометрии, а в параметрах перетока. Строгое обоснование применимости даётся теорией гомогенизации: матричные блоки прикреплены к каждой точке трещинного континуума и топологически разобщены, а взаимодействие задаётся через граничные условия на блоке, а не через «подобранный» фактор формы.

Ограничения DPDK

- **Неоднозначность и непостоянство фактор формы σ.** Параметр σ подбирается, а не измеряется; более того, он меняется во времени по мере выработки блока, поэтому «хорошая история» не гарантирует прогноз [6]. Строго говоря, трансфер-функции не удовлетворяют условию инвариантности относительно пространства и времени, а значит, не являются корректным апскейлингом [2].
- **Потеря геометрии.** DPDP «усредняет» трещины и теряет длину, ориентацию, раскрытость и, главное, связность — то есть именно те параметры, которые определяют приоритетные пути фильтрации [10, 11].
- **Отсутствие разрыва давления на границе «трещина–матрица».** В классической DP-постановке элементы по обе стороны трещины делят узлы, поэтому скачок давления не воспроизводится, а для его разрешения приходится либо измельчать сетку, либо переходить к смешанным непрерывно-дискретным схемам с явным членом обмена [12].
- **Чувствительность к эффективной проницаемости трещин.** Тесты показывают, что эффективная проницаемость k_{ef} зависит от абсолютной проницаемости матрицы: при снижении отношения k_f/k_m приходится пересматривать k_{ef} , иначе модель становится систематически смещенной [3].
- **Неверный выбор числа континуумов.** Двухконтинуальная модель «не видит» промежуточных ёмкостей (проточных пор, микротрещин) и даёт ошибки в дебитах газа/воды порядка десятков процентов [5, 7].
- **Слабость в отношении крупных разломов и техногенных трещин.** Одиночный высокопроводящий разлом или трещина гидроразрыва в DPDK «размывается», что искажает дренаж и решения по системе размещения скважин [10, 13].

2.2. Дискретные модели трещин

DFN (Discrete Fracture Networks) − модель, в которой явно заданы геометрические атрибуты каждой трещины (ориентация, размер, положение, форма, раскрытость) и топологические соотношения между трещинами и их семействами; термин охватывает не только стохастические сети, но и модели, полученные геологическим картированием или геомеханическим моделированием [14].

Практически сложились три основных вида DFN [14]:

- **Картирование обнажений/выработок** (включая LiDAR и фотограмметрию) − сохраняет реальные изгибы, сегментацию, типы пересечений, но ограничено двухмерным случаем и приповерхностными объектами.
- **Стохастическая генерация** − пуассоновская модель Баехера и её улучшения: геостатистическое поле плотности, кластеризация, корреляции «длина–ориентация–положение», учёт неразрушенных участков), а также фрактальные модели [14, 15].
- **Геомеханическое «выращивание»** − последовательное решение задачи механики разрушения с пересчётом поля напряжений. Даёт автоматическую корреляцию длины/ориентации/раскрытости, но чувствительно к палеонапряжениям и свойствам породы [14].

В модели **DFM (Discrete Fracture–Matrix)** трещины представляются объектами нулевой толщины, явно встроенными в расчётную область, а матрица описывается обычной фильтрацией. Это устраняет главный недостаток «чистого» DFN (нулевая проницаемость скелета) [12]. Альтернативная геометрическая парадигма − сети на основе полигонов Вороного: они естественно воспроизводят квазиполигональную морфологию трещинных систем и удобны для термо-гидро-механических расчётов в геотермальных задачах [16].

Сравнение «условно гладких» (C-DFN, прямые сегменты) и «шероховатых» (R-DFN, восстановленных по реальной морфологии) сетей в конечно-дискретном симуляторе гидроразрыва показало, что C-DFN переоценивает время прорыва на ∼20%, долю растяжения на ∼15% и суммарную длину на ∼18%, тогда как R-DFN даёт более извилистые траектории, больше сдвиговых разрушений и более однородное напряжённое состояние после уравновешивания [17].

В реальных проектах «чистая» стохастика почти всегда дополняется многоуровневыми ограничениями: плотность трещин по FMI (пластовый микроимиджер)/керну интерполируется на межскважинное пространство, затем последовательно накладываются литологические и сейсмические ограничения. Валидация выполняется по дебитам: в одном из кейсов разница между участками высокой и низкой трещинной плотности составила ∼10 раз при сопоставимой толщине [18].

Преимущества дискретных моделей трещин

DFN/DFM дают то, чего принципиально не может DPDK:

- количественную оценку связности и приоритетных путей;
- учёт вклада каждой трещины в общий поток;
- корректную анизотропию проницаемости;
- естественное встраивание гидромеханики (открытие/закрытие, сдвиг, дилатансия, распространение новых трещин) [14, 15].

Именно поэтому DFN-подход де-факто стал стандартом для гидроразрыва в природно-трещиноватых пластах, где взаимодействие «техногенная–естественная» трещина формирует сложную сеть [13].

Вычислительные и методические сложности

- **Построение сетки.** Главная техническая проблема 3D DFN — построение сетки при пересечениях. Различают полностью конформные сетки (узлы обязаны совпадать на следах), частично конформные и неконформные; полностью конформные требуют чрезмерных ресурсов и часто «ломаются» на плотных сетях с малыми углами пересечения и близкими параллельными следами [15].
- **Отсутствие репрезентативного элементарного объема.** Для природных сетей представительный объём может не существовать, поэтому гомогенизация «по площади» не всегда законна; это фундаментальное ограничение всех континуальных апскейлингов [14].
- **Масштаб и размерность.** Для месторождения с десятками тысяч трещин явное моделирование становится практически неразрешимым; именно поэтому гибридные схемы (крупные трещины — явно, мелкие — континуально) рассматриваются как единственный выход [10, 15].
- **Разрыв давления на границе «трещина–матрица».** Если элементы по обе стороны трещины делят узлы, скачок давления теряется; корректные схемы требуют отдельного уравнения обмена и динамического обновления топологии узлов при распространении трещины, что резко усложняет код [12].
- **Калибровка и неопределённость.** Стохастический DFN многовариантен по определению; без калибровки по ГДИС, трасерам, микросейсмике и истории дебитов доверительный интервал прогноза слишком широк [13, 14, 18].
- **Чувствительность к апертуре.** Малые ошибки в раскрытости (микроны) дают кратные ошибки в проводимости; отсюда — требование гидромеханической связки и осторожность с «постоянной» апертурой [14].

2.3. Многомасштабные и гибридные подходы

- **Эквивалентный анизотропный континуум (тензоры Ода)**

Трещина заменяется парой параллельных пластин, соединённых пружинами (нормальная H и сдвиговая G жёсткости), а осреднение по ориентациям, размерам и раскрытостям даёт тензоры податливости и проницаемости:

$$k_{ij} = \lambda\left(P_{kk}\delta_{ij} - P_{ij}\right), \quad P_{ij} = \frac{\pi\rho}{4}\int_0^{r_m}\int_0^{t_m}\int_{\Omega/2} r^2 t^3 n_i n_j E(n,r,t)\; d\Omega\, dr\, dt$$

Критически важный результат: поправочный коэффициент λ (в идеале $1/12$) не является константой и падает с ростом связности — в численных экспериментах подбирались значения $1/30$, $1/20$, $1/16$; при параметре плотности $F_0 < 6$ подобрать λ без существенной ошибки вообще не удаётся (порог перколяции) [19]. Практический вывод: «слепой» пересчёт DFN в тензор проницаемости без учёта связности систематически завышает расход.

- **Субгранулирование и уточнение трансфера вместо тензора**

Наиболее «дешёвый» и при этом наиболее востребованный апскейлинг — замена одного матричного блока на оптимальную одномерную цепочку субъячеек (11–18 ячеек, прогрессия 1,2–1,35), эквивалентную по поровому объёму и трансмиссивности. При этом выигрыш по времени колоссален (для 3D-кейса 10953 с → 0,99с при сохранении точности воспроизведения кинетики обмена) [2]. Это то, что реально внедряется в промышленные симуляторы как «mixed dual-porosity».

- **Гибридные DFM + DPDP**

Крупные/высокопроводящие трещины и разломы описываются явно (DFM/EDFM), мелкая сетка — континуально (DPDP). Пример реализации: интеграция DPDP и DFM в пороупругой постановке на неструктурированной сетке с методом контрольных объёмов и безусловно устойчивой последовательной схемой «fixed-stress»; длинные трещины — 307 линейных сегментов на сетке из 6938 треугольников для области 500×500 м [9]. Другой пример — полностью связанная схема XFEM–EDFM, в которой EDFM отвечает за многофазную фильтрацию в матрице и «первичных» трещинах, XFEM — за разрывное поле перемещений (механику), а двойная пористость — за мелкомасштабную сетку в зоне стимуляции; ключевое преимущество — сетка не обязана быть конформной трещинам [10].

- **Уточнённый эквивалентный континуум (fracture equivalent continuum + dual porosity)**

Тензоры податливости/проницаемости ячейки (по Ода) строятся по пересекающим ячейку трещинам, а затем калибруются по локальному DFM-решению внутри ячейки через «коэффициенты отклонения потока». Такой подход (FEC-DPM) даёт важный количественный результат: пренебрежение геомеханикой завышает накопленную добычу газа на 87,5% при начальной апертуре 10 мкм и на 27,4% при 20 мкм; сдвиговая дилатансия более чувствительна к соотношению главных напряжений, чем нормальное закрытие [11]. Сам по себе тензор Ода в ячейке завышает расход, и поправка по DFM обязательна [11, 19].

- **UDFM/UFM**

Под «unconventional fracture model» в литературе понимается класс моделей, где развитие сложной сети hydraulic fractures в природно-трещиноватом пласте рассчитывается гранично-элементным методом разрывных смещений (DDM) с критерием пересечения/реактивации естественных трещин по Мору–Кулону, после чего сетка трещин встраивается в неструктурированную резервуарную сетку для black-oil расчёта [13].

ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 2

Актуально сегодня (инженерная практика): DPDP/DPSK как основа проектных расчётов с обязательной настройкой ω, λ, σ по ГДИС и субгранулированием матрицы [1, 2, 3]; тройная пористость при развитых промежуточных ёмкостях [5, 7]; DFN как инструмент построения геологического каркаса и апскейлинга [14, 15, 18]; DFM/EDFM для крупных разломов и трещин ГРП [9, 10]; связка DDM-симуляторов ГРП (Метод граничных элементов / Displacement Discontinuity Method) и Black-Oil гидродинамических моделей при проектировании разработки неконвенциональных активов [13].

Перспективно: гибридные схемы «явные крупные трещины + континуальная мелкая сетка» с полностью связанной пороупругой постановкой [9, 10]; уточнённые эквивалентные континуумы с поправкой тензора по локальному DFM и калибровкой коэффициентов связности [11, 19]; непрерывно-дискретные схемы с корректным скачком давления на границе «трещина–матрица» и динамической топологией узлов [12]; суррогатные и гибридные (физика + машинное обучение) модели для вероятностной оценки и оптимизации [6]; развитие геометрически реалистичных (шероховатых, изогнутых) DFN и полигональных (Вороной) сеток для связанных THM-задач [16, 17].

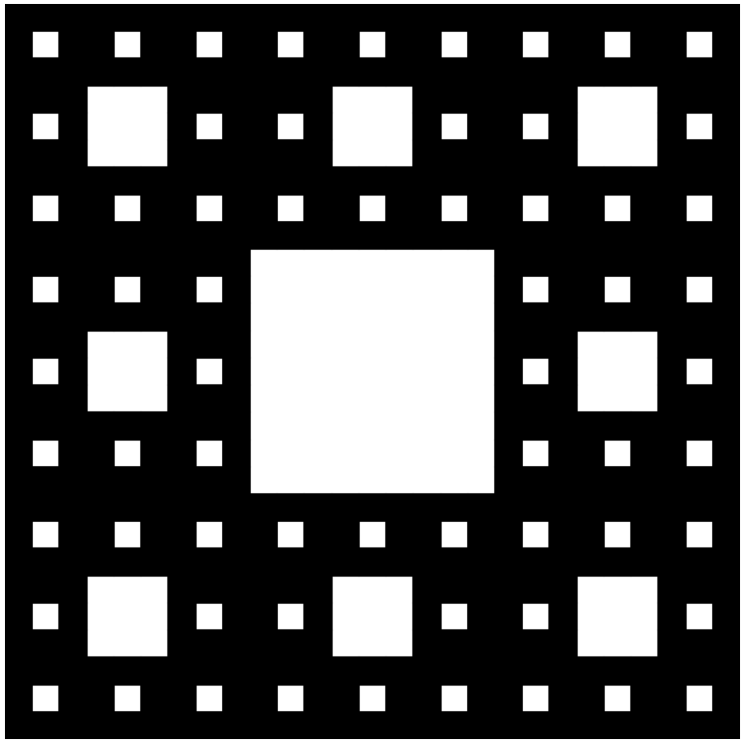
Список литературы к разделу 2

1. Olarewaju, J. S. New Pressure-Transient Analysis Model for Dual-Porosity Reservoirs / J. S. Olarewaju, W. J. Lee // SPE Formation Evaluation. — 1989. — Vol. 4, № 03. — P. 384–390. — DOI: 10.2118/15634-pa.
2. Famy, C. Accurate Modeling of Matrix-Fracture Transfers in Dual-Porosity Models: Optimal Subgridding of Matrix Blocks / C. Famy, B. Bourbiaux, M. Quintard // SPE Reservoir Simulation Symposium : proceedings. — SPE, 2005. — DOI: 10.2118/93115-ms.
3. Lugumanov, T. To Modeling of Dual-Porosity Reservoirs / T. Lugumanov // SPE Russian Petroleum Technology Conference : proceedings. — SPE, 2018. — DOI: 10.2118/191740-18rptc-ms.
4. Dong, J. Establishment and Determination of Matrix Shape Factor for Tectonic Coal: Theoretical, Experimental and Simulation Study / J. Dong, Z. Zhao, X. Wang, W. Ju, C. Chang // Transport in Porous Media. — 2023. — Vol. 150, № 2. — P. 465–489. — DOI: 10.1007/s11242-023-02022-3.
5. Al-Ghamdi, A. Pressure Transient Analysis of Dually Fractured Reservoirs / A. Al-Ghamdi, I. Ershaghi // SPE Journal. — 1996. — Vol. 1, № 01. — P. 93–100. — DOI: 10.2118/26959-pa.
6. Madani, M. Gas-oil gravity drainage mechanism in fractured oil reservoirs: surrogate model development and sensitivity analysis / M. Madani, M. Alipour // Computational Geosciences. — 2022. — Vol. 26, № 5. — P. 1323–1343. — DOI: 10.1007/s10596-022-10161-7.
7. Wei, B. Analysis of a Middle-Rank Coal Reservoir on a Triple Porosity/Dual Permeability Model / B. Wei, F. Quan, Y. Song, S. Feng // Natural Resources Research. — 2023. — Vol. 32, № 5. — P. 2197–2222. — DOI: 10.1007/s11053-023-10232-1.
8. Liu, C. Analytical Modeling of Elastic Moduli Dispersion and Poromechanical Responses of a Dual-Porosity Dual-Permeability Porous Cylinder Under Dynamic Forced . Deformation Test / C. Liu, D. T. Phan // Rock Mechanics and Rock Engineering. — 2023. — Vol. 56, № 3. — P. 2249–2269. — DOI: 10.1007/s00603-022-03165-3.
9. Legostaev, D. Yu. Numerical simulation of fluid flow in fractured poroelastic medium integrating dual porosity - Dual permeability and discrete fractures models / D. Yu. Legostaev, S. P. Rodionov // AIP Conference Proceedings. — 2020. — Vol. 2288. — P. 030023. — DOI: 10.1063/5.0028334.

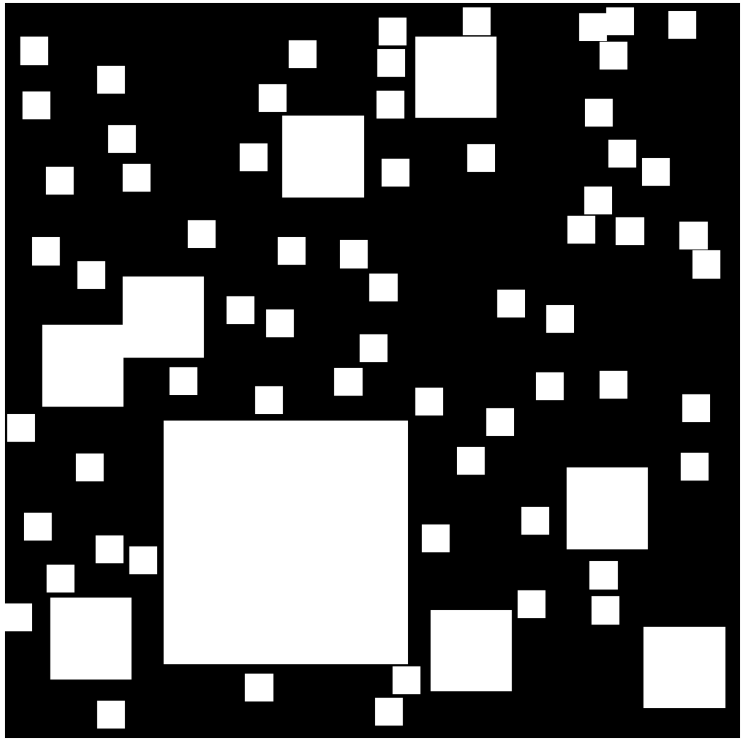
10. Ren, G. Fully-Coupled XFEM-EDFM Hybrid Model for Geomechanics and Flow in Fractured Reservoirs / G. Ren, J. Jiang, R. M. Younis // SPE Reservoir Simulation Conference : proceedings. — SPE, 2017. — DOI: 10.2118/182726-ms.
11. Liu, J. A fully coupled fracture equivalent continuum-dual porosity model for hydro-mechanical process in fractured shale gas reservoirs / J. Liu, J. G. Wang, F. Gao, C. F. Leung, Z. Ma // Computers and Geotechnics. — 2019. — Vol. 106. — P. 143–160. — DOI: 10.1016/j.compgeo.2018.10.017.
12. Yan, C. A 2D continuous-discrete mixed seepage model considering the fluid exchange and the pore pressure discontinuity across the fracture for simulating fluid-driven fracturing / C. Yan, Y. Wang, X. Xie, S. Ali, Z. Sheng // Acta Geotechnica. — 2023. — Vol. 18, № 11. — P. 5791–5810. — DOI: 10.1007/s11440-023-01974-6.
13. Cao, M. A Novel Integrated DFN-Fracturing-Reservoir Model: A Case Study / M. Cao, S. Zheng, B. Elliott, M. M. Sharma // Rock Mechanics and Rock Engineering. — 2023. — Vol. 56, № 5. — P. 3239–3253. — DOI: 10.1007/s00603-023-03231-4.
14. Lei, Q. The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks / Q. Lei, J.-P. Latham, C.-F. Tsang // Computers and Geotechnics. — 2017. — Vol. 85. — P. 151–176. — DOI: 10.1016/j.compgeo.2016.12.024.
15. Huang, N. Development and application of three-dimensional discrete fracture network modeling approach for fluid flow in fractured rock masses / N. Huang, R. Liu, Y. 4. Jiang, Y. Cheng // Journal of Natural Gas Science and Engineering. — 2021. — Vol. 91. — P. 103957. — DOI: 10.1016/j.jngse.2021.103957.
16. Shi, C. S. Influence of reservoir parameter variation on the multi-injection well model of the Voronoi fracture / C. S. Shi, S. Fan, Y. X. Lv, X. H. Zhu, Q. Gan, H. B. Li // Arabian Journal of Geosciences. — 2023. — Vol. 16, № 4. — DOI: 10.1007/s12517-023-11366-5.
17. Wu, M. Comparative study on hydraulic fracturing using different discrete fracture network modeling: Insight from homogeneous to heterogeneity reservoirs / M. Wu, C. Jiang, R. Song, J. Liu, M. Li, B. Liu, D. Shi, Z. Zhu, B. Deng // Engineering Fracture Mechanics. — 2023. — Vol. 284. — P. 109274. — DOI: 10.1016/j.engfracmech.2023.109274.
18. Li, Y. Fracture modeling of carbonate rocks via radial basis interpolation and discrete fracture network / Y. Li, J. Wang, C. Li, J. Xie, R. Wu // Carbonates and Evaporites. — 2023. — Vol. 38, № 4. — DOI: 10.1007/s13146-023-00904-7.
19. Oda, M. An equivalent continuum model for coupled stress and fluid flow analysis in jointed rock masses / M. Oda // Water Resources Research. — 1986. — Vol. 22, № 13. — P. 1845–1856. — DOI: 10.1029/wr022i013p01845.

3. Перспективные подходы и методы
3.1 Фрактальные математические модели

Свойства самоподобия и самоафинности широко используются для моделирования физических и геометрических свойств пористых сред и сетей трещин [1]. Разумеется, реальные природные объекты можно рассматривать как самоподобные или самоафинные лишь в статистическом смысле.



а)



б)

Рис. 1. а) Классический пример фрактала – ковер Серпинского; б) случайно (статистически) самоподобный ковер Серпинского. Черным цветом изображена матрица, белым цветом – поры.

Экспериментальные данные указывают на то, что распределение размеров частиц и пор часто подчиняется степенному закону [1]:

$$N(\geq l) = kl^{-D}, \qquad l_{min} < l < l_{max}$$

здесь $N(\geq l)$ – число фрактальных объектов, размер которых больше или равен l; k – постоянный коэффициент; D – фрактальная размерность, для пористых материалов обычно $D \in (0, 3)$.

Также иногда используется логнормальное распределение:

$$f(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma l} \exp\left[-\frac{(\ln l - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \qquad 0 < l < +\infty$$

где $f(l)$ – функция плотности вероятности; μ – математическое ожидание; σ – стандартное отклонение; l – размер объекта (поры или частицы).

Примеры фрактальных моделей пористости

1. Модель пористости Rieu-Sposito [2] основана на рекуррентном соотношении:

$$V_i = \mathrm{N} V_{i+1} + P_i$$

где V_i – объем, занимаемый порами диаметра d_i; N – отношение числа пор диаметра d_i к числу пор диаметра $d_{i+1} = q d_i$; $q \in (0, 1)$ – коэффициент пропорциональности; $P_i = V_i - V_{i+1}$.

Используя фрактальную размерность D:

$$D = \ln N / \ln (1/q)$$

можно получить выражения для пористости φ:

$$\varphi = 1 - \left(\frac{d_m}{d_0} \right)^{3-D}$$

где d_m – наименьший диаметр пор; d_0 – наибольший диаметр пор.

Примеры фрактальных моделей пористости

2. Модель пористости, основанная на ковре Серпинского (Tyler, Wheatcraft [3]):

$$\varphi_i = 1 - \left(b^i\right)^{D-E}$$

где φ_i – пористость i-й итерации ковра Серпинсткого; b – масштабирующий коэффициент (для ковра Серпинского $b = 3$); E – размерность евклидова пространства (2 или 3).

3. Фрактальную размерность D порового пространства нефтегазовых пластов можно определить экспериментально. Например, в работе [4], посвященной определению фрактальной размерности на основе экспериментов по введению в пласт ртути, D определялось из формулы:

$$\lg\left(1 - S_{Hg}\right) = (\mathrm{D} - 3)\lg P_c + (3 - D)\lg P_{cmin}$$

где S_{Hg} – насыщенность ртутью; P_c – капиллярное давление.

Фрактальные сети трещин

Для создания двухмерных фрактальных сетей трещин может быть использовано следующее билинейное отображение [5]:

$$x_n = a_1 x_{n-1} + a_2 y_{n-1} + a_3 x_{n-1} y_{n-1}$$

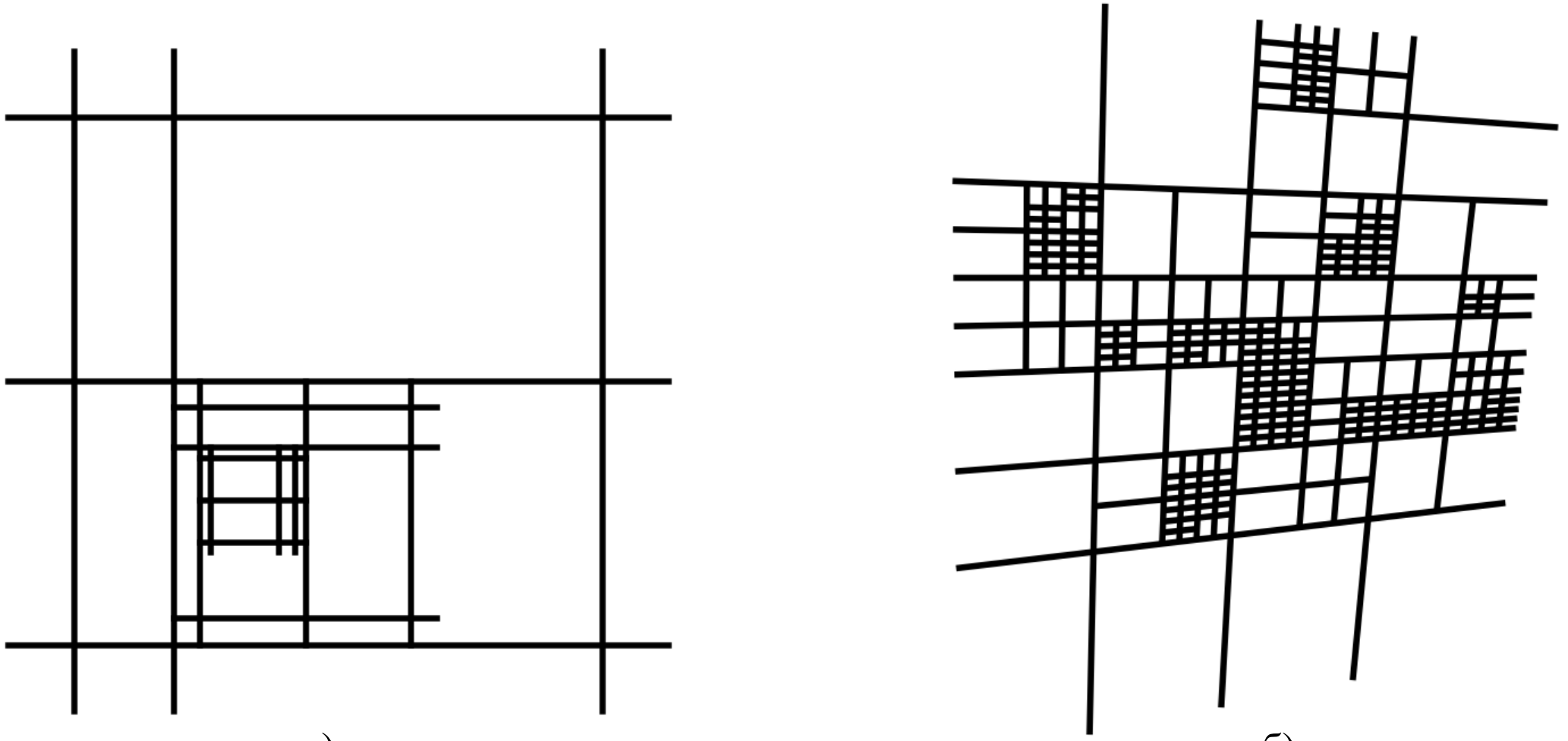
$$y_n = a_4 x_{n-1} + a_5 y_{n-1} + a_6 x_{n-1} y_{n-1}$$

где (x_n, y_n) – координаты точки множества для n-й итерации; a_i – постоянные коэффициенты. Для получения более реалистичных сетей в работе [6] было предложено применять процесс построения фрактала лишь к доле p_f блоков трещин с предыдущей итерации.

Недостатки фрактальных синтетических моделей трещин:

1) Нет четкой физической интерпретации и методов определения для параметра p_f.
2) Модель содержит параметры a_i, для которых нет четкого способа оценки на основе экспериментальных данных.
3) Модель не основана на физических принципах формирования трещин.
4) Сети трещин со значительно различными характеристиками относительно течения жидкости могут иметь приблизительно равные значение фрактальной размерности.

Фрактальные сети трещин



а) б)

Рис 2. а) Иллюстрация к алгоритму построения фрактальной сети трещин. Один блок трещин рекурсивно повторяется для 3-х итераций. б) Пример сети трещин, получаемой при применении отображения лишь к доле $p_f = 0.75$ блоков трещин с предыдущей итерации.

3.2. Физически информированные нейронные сети (PINN) и их модификации

Проблемы применения стандартных PINN к трещиновато-поровым средам

Моделирование фильтрации в трещиновато-поровых средах осложняется высоким контрастом проницаемости, пространственной неоднородностью и наличием резких градиентов искомых полей.

Основные ограничения стандартных PINN:

- **Разрывные коэффициенты:** вычисление точечных невязок дифференциальных уравнений в сильной форме затруднено на границах сред и при сингулярном представлении трещин.
- **Спектральное смещение:** нейронные сети склонны быстрее аппроксимировать гладкие компоненты решения, что осложняет воспроизведение высоких градиентов и мелкомасштабных неоднородностей.
- **Дисбаланс функции потерь:** различие масштабов и динамики уменьшения физических невязок ухудшает обусловленность задачи обучения.

Вывод: эффективность PINN определяется не только аппроксимационными возможностями сети, но и корректностью математического представления физических ограничений.

Гибридизация PINN с традиционными численными методами

Одним из ключевых направлений развития PINN является переход от минимизации точечных невязок дифференциальных уравнений к использованию физических ограничений, сформированных на основе численных дискретизаций.

Основные подходы:

- **E-PINN (Yan et al., 2024):** интеграция с методом конечных объёмов (FVM) и моделью EDFM для согласованного вычисления потоков в матрице и трещинах.
- **I-PINNs (Wang et al., 2025):** использование конечно-элементной дискретизации (FEM) модели RDFM для учёта сингулярного вклада трещин в проницаемость.

Гибридные подходы позволяют использовать свойства традиционных дискретизаций при сохранении нейросетевого представления искомых полей. При этом соблюдение дискретных балансов зависит от точности минимизации невязок.

Вывод: перспективное развитие PINN связано с интеграцией нейросетевых алгоритмов и физически согласованных численных методов, а не с обязательным отказом от пространственной дискретизации.

Влияние математической модели среды на построение PINN

Развитие физически информированных нейронных сетей сопровождается адаптацией вычислительных алгоритмов к различным способам представления трещиновато-поровых сред.

Рассмотренные подходы:

- **EDFM (Yan et al., 2024):** явное представление трещин как объектов пониженной размерности с межэлементным обменом между матрицей и трещинами.
- **RDFM (Wang et al., 2025):** учёт трещин через сингулярные вклады в тензор проницаемости.
- **DPP (Maduri, Nakshatrala, 2026):** описание двух взаимодействующих поровых континуумов с независимыми полями давления и скорости без явного разрешения отдельных трещин.

Указанные модели представляют различные уровни детализации внутренней структуры среды.

Вывод: архитектура PINN, функция потерь и стратегия обучения должны согласовываться с физико-математической моделью и пространственным масштабом рассматриваемых процессов.

Обеспечение физической согласованности нейросетевых решений

Повышение точности PINN требует корректного учёта законов сохранения, условий сопряжения и физических ограничений искомых переменных.

Основные направления:

- Использование дискретных балансов массы для согласованного описания потоков между матрицей и трещинами.
- Обеспечение допустимых диапазонов насыщенности и концентрации при моделировании многофазной фильтрации и переноса.
- Применение специализированных схем временной дискретизации для связанных нелинейных задач.

В работе Yan et al. (2024) двухфазная фильтрация моделируется с использованием схемы IMPES, разделяющей расчёт давления и обновление насыщенности. Wang et al. (2025) предложили подход с сохранением физических границ концентрации при переносе примеси.

Вывод: выполнение физических ограничений является необходимым критерием качества PINN, однако само по себе не гарантирует устойчивости и высокой точности численного решения.

Адаптивные стратегии повышения точности PINN

Самостоятельным направлением развития PINN является совершенствование архитектуры сети и процедуры обучения для воспроизведения неоднородных и высокоградиентных полей.

В работе Maduri и Nakshatrala (2026) предложено сочетание:

- Многополевой нейросетевой архитектуры для совместной аппроксимации давлений и скоростей двух поровых сетей.
- Фурье-кодирования координат для улучшения представления пространственных неоднородностей.
- Адаптивного добавления точек коллокации в областях повышенных физических невязок.
- Динамического взвешивания компонентов функции потерь для балансировки процесса обучения.

В численных экспериментах совместное применение этих механизмов существенно снижает ошибки аппроксимации скоростей.

Вывод: адаптивное обучение является перспективным способом повышения точности бессеточных PINN, однако его эффективность зависит от выбора индикаторов невязки и параметров оптимизации.

PINN для идентификации фильтрационных параметров

Важным преимуществом физически информированных нейронных сетей является возможность совместной аппроксимации искомых полей и идентификации неизвестных параметров среды по данным наблюдений.

Перспективные области применения:

- Восстановление проницаемости матрицы и эффективных фильтрационных характеристик трещин.
- Определение коэффициентов межконтинуального обмена.
- Совместное использование физических уравнений и ограниченных промысловых измерений.

Исследование Maduri и Nakshatrala (2026) демонстрирует возможность идентификации коэффициента межсетевого обмена, но выявляет существенную чувствительность оценки к небольшим погрешностям наблюдаемого расхода.

Высокая точность решения прямой задачи не гарантирует устойчивого восстановления параметров при слабой чувствительности наблюдений к их изменению.

Вывод: развитие обратных PINN необходимо сочетать с анализом идентифицируемости, регуляризацией и количественной оценкой неопределённости параметров.

Вычислительная эффективность и ограничения современных PINN

Результаты современных исследований подтверждают способность модифицированных PINN решать сложные модельные задачи фильтрации, однако их вычислительная эффективность относительно традиционных численных методов остаётся предметом исследований.

Основные ограничения:

- Значительные затраты на обучение и многократное вычисление физических невязок.
- Чувствительность сходимости к архитектуре сети, распределению точек и весам функции потерь.
- Усложнение обучения при переходе к трёхмерным, многомасштабным и связанным нелинейным задачам.
- Недостаточная универсальность обученных моделей при изменении параметров и геометрии среды.

Отдельные результаты ускорения относительно базовых нейросетевых методов не доказывают преимущества PINN над современными численными симуляторами.

Вывод: оценка перспектив PINN должна основываться на сравнении полной вычислительной стоимости, точности, устойчивости и способности метода обобщать результаты на новые задачи.

Перспективы развития PINN для трещиновато-поровых сред

Анализ современных исследований свидетельствует о переходе от стандартных PINN к специализированным физически информированным вычислительным методам, учитывающим структуру пористой среды, характер фильтрационных процессов и особенности математической постановки.

Наиболее перспективные направления развития:

- **Гибридизация методов:** интеграция PINN с консервативными численными схемами и специализированными моделями трещин.
- **Адаптивное обучение:** совершенствование архитектур, стратегий размещения точек и балансировки физических невязок.
- **Многомасштабное моделирование:** согласованное описание фильтрационных процессов в матрице и трещинной системе.
- **Обратные задачи:** повышение устойчивости идентификации параметров и учёт неопределённости наблюдений.
- **Практическая применимость:** обеспечение масштабируемости, контролируемой точности и вычислительной эффективности.

Развитие PINN для трещиновато-поровых сред наиболее обоснованно связывать с созданием гибридных и адаптивных методов, объединяющих математическую строгость традиционных численных подходов, гибкость нейросетевой аппроксимации и возможность использования данных наблюдений.

Их практическая значимость будет определяться способностью обеспечивать физически согласованные, устойчивые и вычислительно эффективные решения задач фильтрации в реальных неоднородных пластах.

Список литературы к разделу 3

1. Hunt, A. Percolation Theory for Flow in Porous Media / A. Hunt, R. Ewing, B. Ghanbarian. – Heidelberg: Springer Cham, 2014. – 447 p.
2. Rieu, M.. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory, II. Applications / M. Rieu, G. Sposito // Soil Sci. Soc. Am. J. – 1991. – V. 55. – p. 1231–1244.
3. Tyler, S.W. Fractal processes in soil water retention / S.W. Tyler, S.W. Wheatcraft // Water Resour. Res. Wheatcraft Wheatcraft – 1990. – V. 26. – p. 1047–1054.
4. Kong, X. Fractal research on pores in oil and gas reservoirs-Inspirations from over 700 high pressure mercury injection experiments / X. Kong, H. Fan, T. Fan, Y. Gao, H. Wang, P. Mu, D. Xiao // Mar. Petrol. Geol. Xiao – 2024. – V. 170, 107086.
5. Sahimi, M. Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock / M. Sahimi. – Weinheim: Wiley-VCH, 2011. – 709 p.
6. Acuna, J.A. Application of fractal geometry to the study of networks of fracture and their pressure transient / J.A. Acuna, Y.C. Yortsos // Water Resour. Res. – 1995. – V. 31. – p. 527–540.
7. Yan X., Lin J., Wang S., Zhang Z., Liu P., Sun S., Yao J., Zhang K. Physics-informed neural network simulation of two-phase flow in heterogeneous and fractured porous media // Advances in Water Resources. 2024. Vol. 189. Article 104731. DOI: 10.1016/j.advwatres.2024.104731
8. Wang C., Guo H., Yan X., Shi Z.-L., Yang Y. Improved physics-informed neural networks for the reinterpreted discrete fracture model // Journal of Computational Physics. 2025. Vol. 520. Article 113491. DOI: 10.1016/j.jcp.2024.113491
9. Maduri V. S., Nakshatrala K. B. An Adaptive Machine Learning Framework for Fluid Flow in Dual-Network Porous Media. 2026. DOI: 10.48550/arXiv.2603.19561

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Континуальные модели (DPDK) обеспечивают вычислительную эффективность при моделировании крупных объектов, но ограничены усреднённым представлением трещинной сети. **Дискретные модели (DFN/DFM)** позволяют учитывать геометрию и связность отдельных трещин, однако требуют значительных вычислительных ресурсов.

2. Гибридные и многомасштабные методы представляют наиболее перспективное направление развития традиционных подходов, сочетая явное описание крупных трещин с континуальным представлением мелкомасштабной трещиноватости.

3. Фрактальные модели расширяют возможности статистического описания порового пространства и трещинных сетей, однако требуют обоснования применимости масштабных закономерностей к конкретным геологическим объектам.

4. Физически информированные нейронные сети (PINN) перспективны для моделирования фильтрации и идентификации параметров среды. Основные направления развития — интеграция с консервативными численными схемами и адаптивное обучение. Их практическое применение ограничивается проблемами устойчивости, сходимости и вычислительной эффективности.

Наиболее перспективным является развитие гибридных многомасштабных методов с использованием адаптивных и физически информированных алгоритмов, обеспечивающих рациональный баланс между точностью, физической согласованностью и вычислительной стоимостью моделирования.