

# О моделировании напряжений в трубопроводах в зоне многолетнемерзлых грунтов

## Авторы

Андреянова И.В., +7 (911) 361-83-53, [andreyanovaiv@unitipark.ru](mailto:andreyanovaiv@unitipark.ru)

Саламатин К.В., +7 (922) 253-93-81, [salamatin\\_kv@unitipark.ru](mailto:salamatin_kv@unitipark.ru)

Самаркин А.И., +7 (921) 217-33-05, [samarkinai@unitipark.ru](mailto:samarkinai@unitipark.ru)

## Актуальность

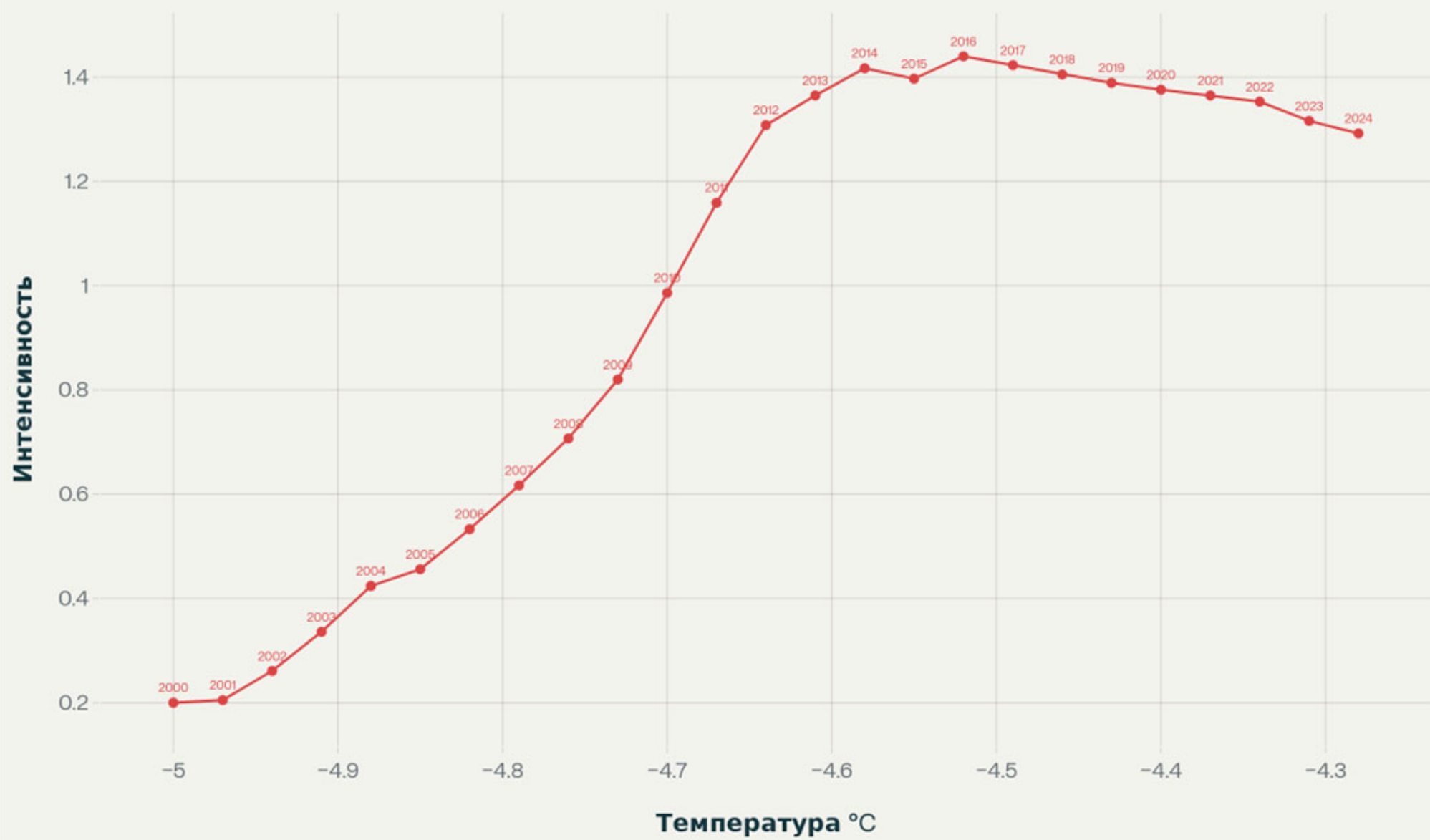
В условиях глобального потепления многолетнемерзлые грунты подвергаются интенсивным изменениям теплового режима, что вызывает деградацию их механических свойств и ухудшение несущей способности. Оттаивание многолетнемерзлых грунтов ведёт к неравномерным осадкам и деформациям, создавая угрозу структурной целостности трубопроводов, проложенных в таких зонах.

Повышение температуры транспортируемого продукта, а также усиление сезонных и годовых колебаний температуры воздуха значительно увеличивают ореол оттаивания вокруг трубопровода. Эти факторы усиливают температурные напряжения в стенках трубы и в прилегающем грунте, что требует тщательного анализа и учёта при проектировании и эксплуатации.

Моделирование, основанное на методе конечных элементов с использованием комплексных физических моделей — теплопроводности с фазовыми переходами, закона Дарси для фильтрации и упругопластичности грунтов — позволяет прогнозировать динамику температурных и механических полей, что критически важно для оценки безопасности и долговечности трубопроводных систем на территориях вечной мерзлоты.

Учитывая изменения климата и повышение рисков, связанные с оттаиванием грунтов, моделирование становится неотъемлемым инструментом для адаптации инженерных решений. Оно позволяет оптимизировать проектные параметры, выбирать эффективные теплоизоляционные материалы и системы термостабилизации, а также снижать вероятность аварийных ситуаций в условиях изменяющейся криогенной среды.

## Интенсивность катастроф



### Современное состояние вопроса

Моделирование напряжений в трубопроводах, проложенных в многолетнемерзлых грунтах, базируется на решении связанных термомеханических задач с учетом фазовых переходов и фильтрации поровой воды.

Тепловое поле описывается уравнением теплопроводности с фазовым переходом, которое учитывает скрытую теплоту плавления/замерзания воды. Используется понятие кажущейся теплоемкости  $C_a$ , которая включает вклад скрытой теплоты:

$$\rho C_a \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + Q$$

где  $C_a = C_p + \rho L \frac{\partial f}{\partial T}$ , здесь  $C_p$  — удельная теплоемкость грунта,  $L$  — скрытая теплота фазового перехода,  $\rho$  — плотность жидкой воды,  $T$  — температура,  $\lambda$  — теплопроводность,  $Q$  — внешние источники тепла.

Механический баланс выражается уравнением равновесия:

$$\nabla \cdot \sigma + f = 0$$

где  $\sigma$  — тензор напряжений,  $f$  — вектор объемных сил, включая силу тяжести. Напряжения связаны с деформациями через упругопластическую модель с учетом термических деформаций:

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p + \epsilon^h, \epsilon^h = \alpha(T - T_0)\mathbb{I}$$

где  $\epsilon$  — полный тензор деформаций,  $\epsilon^e$  — упругая деформация,  $\epsilon^p$  — пластическая деформация,  $\epsilon^h$  — термическая деформация,  $\alpha$  — коэффициент теплового расширения,  $T_0$  — начальная температура,  $\mathbb{I}$  — единичный тензор.

Фильтрацию поровой воды учитывают уравнением Дарси, связывающим скорость фильтрации с градиентом давления:

$$v = -\frac{k}{\mu} \nabla p$$

где  $v$  — скорость фильтрации,  $k$  — проницаемость грунта,  $\mu$  — вязкость воды,  $p$  — поровое давление.

Связь между собственными напряжениями  $\sigma'$ , поровым давлением  $p$  и полными напряжениями  $\sigma$  задается принципом эффективных напряжений Терцаги:

$$\sigma' = \sigma - \sigma \mathbb{I}$$

где  $\sigma$  — коэффициент дебительности (обычно близок к 1).

### Модель описания грунта

Теория грунтов Cam-clay model — это одна из наиболее распространенных моделей пластичности грунтов, используемая в механике грунтов для описания упругопластического поведения насыщенных глинистых грунтов. Модель была разработана University of Cambridge в 1960-х годах и основана на энергетических соображениях с применением концепции потенциала пластичности.

Основная идея Cam-clay модели заключается в описании зависимостей между параметрами состояния грунта, такими как удельный объем и уровень переуплотнения. В модели используется показатель предела текучести, который имеет эллиптическую форму в координатах усредненного давления и касательного напряжения, отражая пластический потенциал и пластическую деформацию.

Уравнение поверхности текучести Modified Cam-clay записывается как:

$$f = q^2 + M^2(p - p_c)(p - p_c) = 0$$

где:

- $q$  — усиленное касательное напряжение,
- $p$  — эффективное среднее нормальное напряжение,
- $p_c$  — текущее координатное напряжение (размер поверхности текучести),
- $p_u$  — напряжение растяжения,
- $M$  — параметр формы поверхности текучести, связанный с углом внутреннего трения грунта.

Модель Cam-clay строится на предположении равновесия и охватывает процессы упругой деформации, пластического течения деформирования и жесткого упрочнения (hardening), определенное изменение пористости текучести с увеличением координатного напряжения.

Cam-clay широко используется в численных моделях для прогнозирования осадок, деформаций, и оценки надежности оснований и инженерных сооружений, особенно при длительных нагрузках и условиях консолидации. Ее преимущества — адекватность описания пластической деформации и зависимости состояния грунтов от истории нагружения и нагрузки.

Источники:

- Roscoe K.H., Burland J.B. On the generalized stress-strain behavior of wet clay. Engineering Plasticity, 1968.
- Wood D.M. Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, Cambridge University Press, 1990.
- Schofield A.N., Wroth C.P. Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, 1968.

### Описание поведения многолетнемерзлых грунтов

Модель Cam-clay описывает поведение многолетнемерзлых грунтов, учитывая температурно-зависимые свойства грунта и фазовые переходы. В мерзлом состоянии грунт становится жестче и прочнее, что отражается в параметрах модели, таких как модуль упругости  $E$  и предел текучести, изменяющихся по температуре:

$$E(T) = E_0 H(T_0 - T) + E_1 H(T - T_0)$$

где  $E_0$  и  $E_1$  — модули упругости мерзлого и талого грунта,  $H$  — функция Хевисайда (в модели используется ее гладкая аппроксимация до второй производной),  $T_0$  — температура фазового перехода.

Предел текучести задается поверхностью:

$$f = q^2 + M^2(p - p_c)(p - p_c) = 0$$

где параметры  $p_c$  и  $p_u$  зависят от температуры и состояния грунта.

Термомеханические деформации включают тепловое расширение:

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p + \epsilon^h, \epsilon^h = \alpha(T - T_0)\mathbb{I}$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплового расширения,  $T$  — температура.

Морозное вспучивание учитывается через дополнительную пластическую деформацию, связанную с образованием и ростом ледяных линз и увеличением объема грунта при замерзании воды. В модели вводится условный термин вспучивания  $\epsilon^m$ , который задается как функция переохлаждения и влажности грунта:

$$\epsilon^m = C_m \cdot (T_0 - T) H(T_0 - T)$$

где  $C_m$  — коэффициент морозного вспучивания, характеризующий величину пластической раздувки грунта при снижении температуры ниже  $T_0$ .

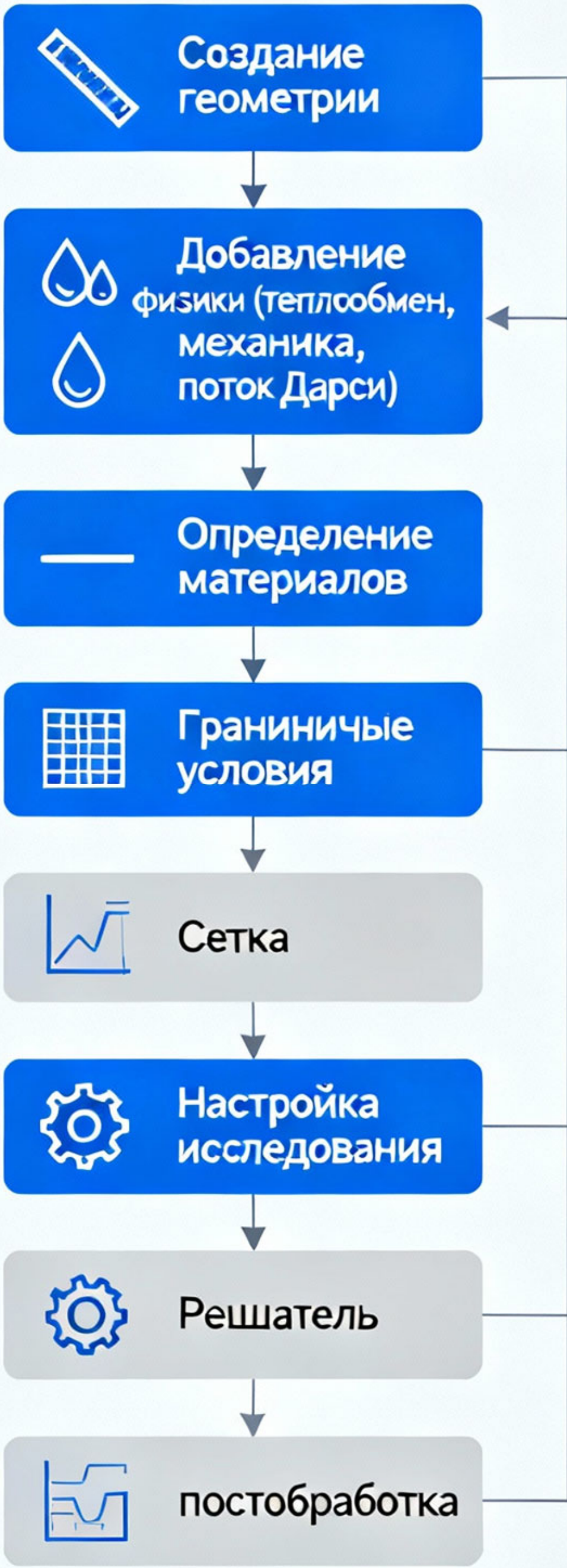
Таким образом, модель с температурно-зависимыми свойствами и учетом морозного вспучивания позволяет адекватно описывать механическое поведение многолетнемерзлого грунта, включая фазовые переходы и связанные с ними объемные изменения и напряжения, что важно для адекватного прогнозирования напряжений и деформаций в трубопроводах на вечном мерзлом грунте.

### Принятые в модели свойства грунтов

| Свойство                                          | Талый грунт             | Мерзлый грунт            | Источник                                  |
|---------------------------------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------------------------|
| Плотность, кг/м³                                  | 1800 - 2000             | 1900 - 2100              | ГОСТ 25100-2011 «Грунты. Классификация»   |
| Модуль упругости, МПа                             | 5 - 50                  | 50 - 500                 | ГОСТ Р 52544-2006; Cheng and Wu 2013      |
| Коэффициент Пуассона                              | 0.3 - 0.45              | 0.3 - 0.35               | ГОСТ Р 52544-2006;                        |
| Коэффициент теплопроводности $\lambda$ , Вт/(м·К) | 0.5 - 1.5               | 2.0 - 2.5                | Шамшин Ю.П. et al.; ASHRAE Handbook       |
| Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)                  | 2500 - 3600             | 1300 - 2000              | ГОСТ 30744-2001; Barnes, 1987             |
| Скрытая теплота фазового перехода $L$ , кДж/кг    | 334                     | 334                      | Универсальная физическая константа        |
| Коэффициент проницаемости, м/сек                  | $(10^{-7}) - (10^{-9})$ | $(10^{-7}) - (10^{-11})$ | ГОСТ Р 52544-2006; Frost 3D Manual        |
| Угол внутреннего трения $\phi$ , °                | 15 - 35                 | 30 - 45                  | ГОСТ Р 52544-2006                         |
| Сцепление $c$ , кПа                               | 5 - 30                  | 100 - 2000               | ГОСТ Р 52544-2006; Salamatin et al., 2010 |

### Источники:

- ГОСТ 25100-2011. Грунты. Классификация.
- Ю.П. Шамшин, А.А. Иванов, В.А. Петров. Физико-механические свойства мерзлых грунтов. Томск: Изд-во ТПУ, 2024.
- ГОСТ Р 52544-2006. Технические условия на инженерно-геологические изыскания в зоне многолетнемерзлых грунтов.
- Cheng G.D., Wu T. Mathematical Modeling of Permafrost Thermal Regime. Cold Regions Science and Technology, 2013.
- ASHRAE Handbook — Fundamentals, 2020.
- ГОСТ 30744-2001. Теплотехнические свойства строительных материалов и изделий.
- Frost 3D Manual. Cold Regions Research Centre, 2024.

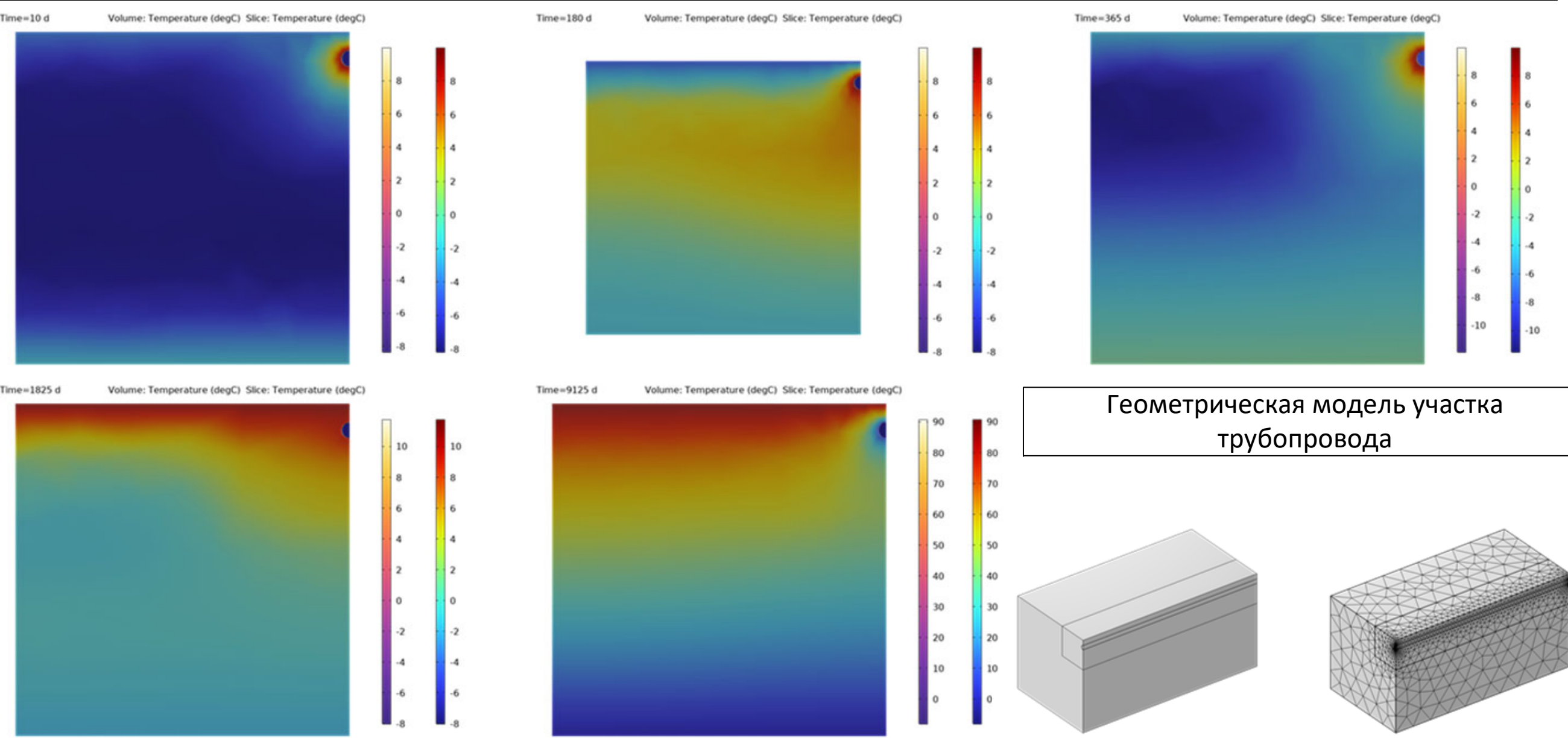


## Некоторые исходные положения

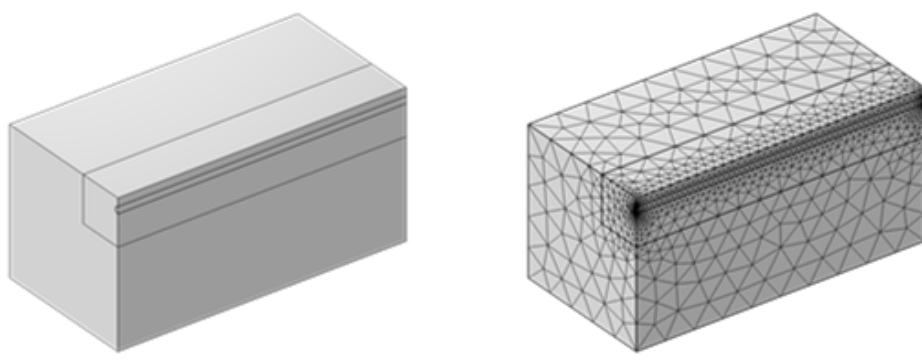
Исходные предположения при создании модели в COMSOL для анализа напряжений в трубопроводах, проложенных в многолетнемерзлых грунтах, включают следующие ключевые положения:

- Термомеханическая связь:** Моделирование проводится в рамках полностью связанной задачи. Температурное поле влияет на термические деформации и изменяет механические свойства грунта. Между температурой и напряжениями реализован механизм теплового расширения.
- Пористая среда с фазовыми переходами:** Грунт рассматривается как пористый материал, содержащий воду, которая при температуре около 0°C подвергается фазовому переходу лед-вода. Это учитывается через задачу Стефана с использованием кажущейся теплоемкости, включающей скрытую теплоту плавления.
- Температурная зависимость свойств:** Теплофизические и механические характеристики грунтов (модуль упругости, коэффициент теплопроводности, прочность и пр.) считаются функциями температуры, с резкими изменениями при переходе через точку замерзания.
- Закон Дарси для фильтрации:** В модели учитывается движение поровой воды в грунте по закону Дарси, так как фильтрация поровой воды влияет на распределение порового давления и напряжений согласно принципу эффективных напряжений Терцаги.
- Упругопластичность грунта:** Механическое поведение грунта описывается моделью упругопластичности с критерием прочности Cam-clay, адаптированной под температурозависимые свойства мерзлого и талого грунта.
- Граничные условия:** Внешняя поверхность грунта подвергается сезонным температурным колебаниям, на поверхности трубопровода задана температура продукта или конвективный теплообмен. Моделируется внутреннее давление в трубе, закрепления и нагрузки грунта.
- Геометрия и сетка:** Геометрия моделирует участок трубы с окружающим грунтом с учетом теплоизоляции. Сетка адаптивна, с повышенной точностью около трубы и зон фазового перехода.
- Временной диапазон:** Анализ проводится на сроки до 10-30 лет с учетом сезонных циклов времени и температурного воздействия. Для численного решения используется временной шаг с адаптивным управлением.

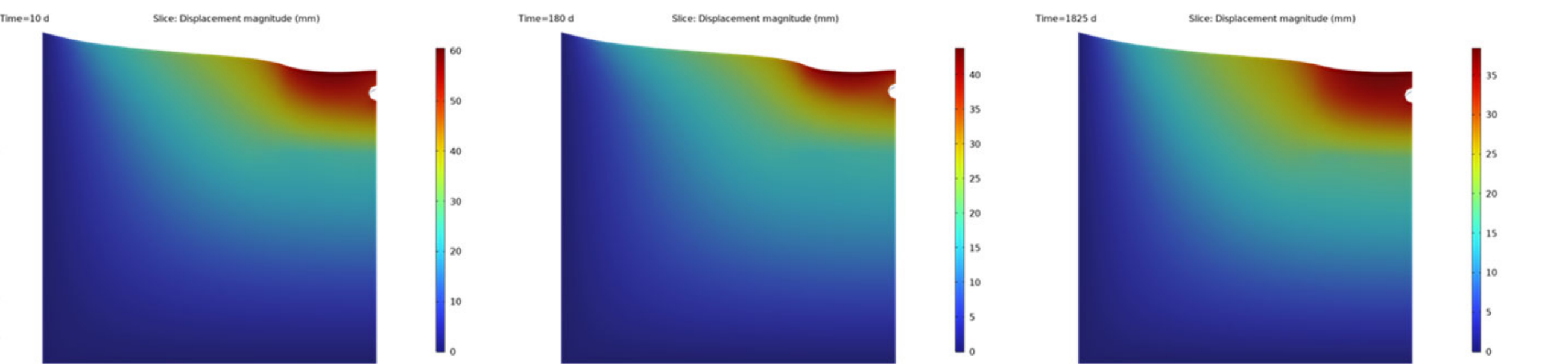
## Эпюра распределения температур в среднем сечении (10 дней, 1/2 года, 1 год, 5 лет, 25 лет)



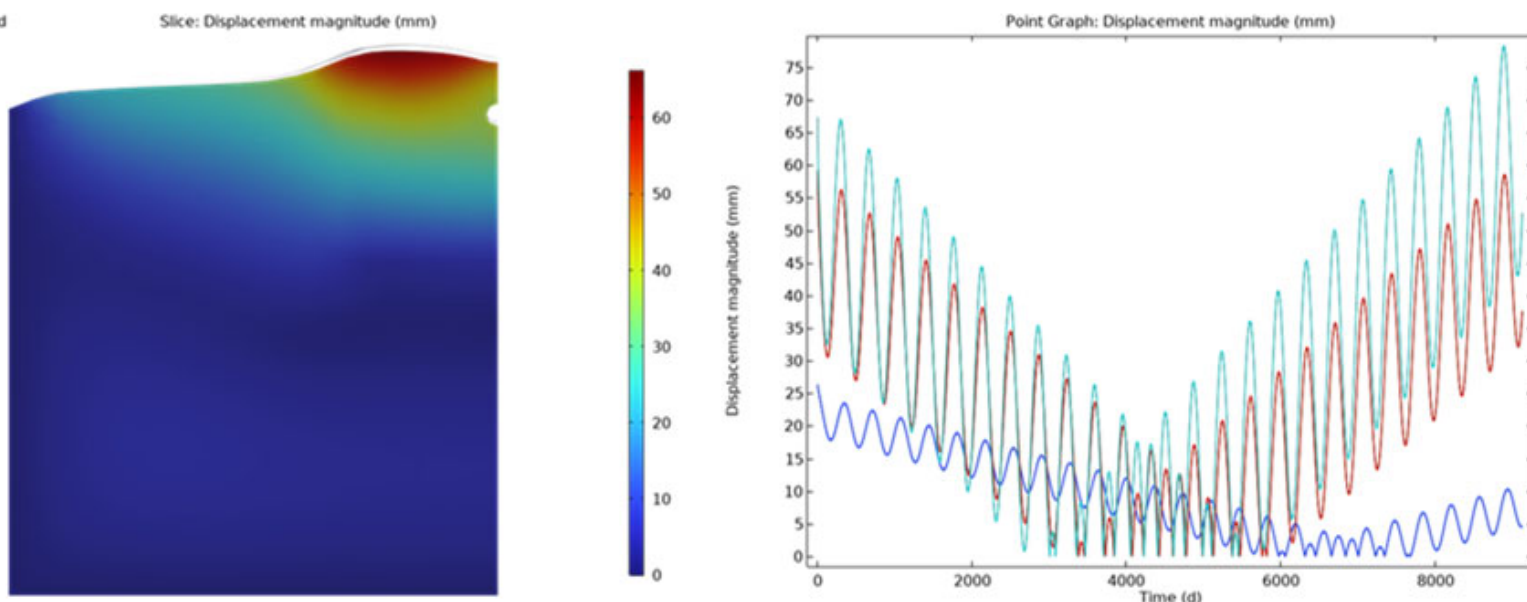
## Геометрическая модель участка трубопровода



## Эпюра перемещений в среднем сечении



## Расчетные перемещения



Максимальные перемещения точек трубопровода составили 120 мм за 25 лет

Трубопровод испытывает циклические нагрузки вследствие годовых колебаний температуры, снижающие его прочность за счет накопления усталостных деформаций.

Результаты моделирования согласуются с аналогичными результатами, например:

- Burkov P.V. Stress-strain analysis of pipelines laid in permafrost. 2016. <https://earchive.tpu.ru/handle/11683/30754> (пример исследования с расчетами напряжений в трубопроводах в мерзлом грунте)[1]
- Chen P., et al. Stress prediction of heated crude oil pipeline in permafrost region via fully coupled heat-moisture-stress numerical simulation. Tunnelling and Underground Space Technology, 2023.
- Teng Z.C. et al. Pipeline Stress Test Simulation Under Freeze-Thaw Cycles. Frontiers in Built Environment, 2022.